2007年度ソフトウェア工学試験問題

日時：2007年7月27日(金)12:50-14:20　場所：K205

注意事項：

① 指定された席に着席すること。

② 答案は机に残して退室すること。

③ 問題用紙は持ち帰ること。

④ 試験用紙、計算用紙が必要なときには申し出ること。

⑤ 解の簡単な導出過程も書くこと。

1.漸近量評価

（1）次の関数を O 記法で示せ。(出来るだけ漸近計算量が小さいもので表すこと。)

$(a)\quad T_a(n) = \frac{1}{3}n^2 - 5n + 8$

$(b)\quad T_b(n) = 3(n+1)(n-2)(n-3) + 7(n+5)(n-3) + 8(n+5)$

$(c)\quad T_c(n) = \sqrt{n} + \log n + \sin n$

$(d)\quad T_d(n) = n^5 + 2^{\frac{n}{5}} + 8^{\log n}$

$(e)\quad T_e(n) = \frac{5(n+1)(n^2-2)}{\sqrt{n^2+5}} + \frac{2(n+5)(n-3)}{n-4} + \frac{7(n+5)(2n-1)}{\sqrt{n+3}}$

（2）次の C 言語風擬似コードの漸近計算量を O 記法で示せ。

ただし、以下のコードでは引数 n が入力サイズとし、すべて $n = 2^k$ の形であるとする。

(a) 漸近計算量 $T_A(n)$

アルゴリズム A:

```
void algoA(int n){
    for(i=0;i<n;i++){
        for(j=0;j<10;j++){
            (定数 c_a 時間の処理)
        }
    }
    return;
}
```

(b) 漸近計算量 $T_B(n)$

アルゴリズム B：

```
void algoB(int n){
    for(i=0;i<n;i++){
        for(j=0;j<i;j++){
            (定数 c_b 時間の処理)
        }
    }
    return;
}
```

(c) 漸近計算量 $T_C(n)$

アルゴリズム C：

```
void algoC(int n){
    for(i=1;i<n;i=2*i){
       for(j=0;j<n;j++){
             (定数 c_c 時間の処理)
        }
    }
    return;
}
```

(d) 漸近計算量 $T_D(n)$

アルゴリズム D：

```
void algoD(int n){
    if(n<=1){
        return;
    }else{
        (定数 c_d 時間の処理)
        algoC(n/2);
      return;
    }
}
```

２．多項式の計算

下のアルゴリズムは多項式 $f(x)=a_0+a_1x^1+\cdots+a_nx^n$ の関数値を計算するホーナーの方法である。ホーナーの方法では、

$$f(x)=a_0+a_1x^1+\cdots+a_nx^n=\left(a_0+\left(\cdots\left(a_{n-1}+\left(a_n\right)x\right)\cdots\right)x\right)$$

の順序で関数値を計算する。各係数 a_i は（グローバル変数の）配列 $A[i]$ に入っているとし、最高次数は N とマクロ定義されているとする。この方法について以下の問いに答えよ。

ホーナーの方法:

```
/*多項式を計算するホーナーの方法（再帰的関数）
引数 i:内側から i 番目の括弧内の計算
引数 x:f(x)の x*/
1.  double rec_horner(int i,int x){
2.    double fx;
3.    if(i==0){
4.       fx=A[N];
5.    }else{
6.       fx=A[N-i]+rec_horner(i-1,x)*x;
7.    }
8.    printf("%f¥n",fx);
9.    return fx;
10. }
```

(1)関数 $f(x)=8-4x+3x^2-7x^3+5x^4-x^5$ の $x=2$ における関数値 $f(2)$ を上のアルゴリズムで求めるとき、８行目の printf 文で表示される系列を示せ。

(2)上の疑似コードの時間計算量を $T_h(n)$ とする。このとき、$T_h(n)$ が満たすべき漸化式を示せ。ただし、入力サイズは最高次数の n とする。

(3)(2)の漸化式を解き、最悪時間計算量 $T_h(n)$ を O 記法で示せ。

(4)ホーナーの方法は再帰ではなくて、繰り返しを用いても実現できる。ホーナーの方法を繰り返しで実現するアルゴリズム `for_horner(int x)`を C 言語風の疑似コードにより示せ。

３．マージソート

配列 A には n 個の要素 $a_0, a_1, \cdots, a_{n-1}$ が $A[0], A[1], \cdots, A[n-1]$ にそれぞれ蓄えられているとする。この配列 A をマージソートにより昇順にソートすることを考える。マージソートのアルゴリズムを下に擬似コードで示す。$l < m < r$ に対して、関数 merge は昇順の部分配列 $A[l] \cdots A[m]$ と昇順の部分配列 $A[m+1] \cdots A[r]$ から、部分配列 $A[l] \cdots A[r]$ を昇順にする。関数 `print_array(l,r,A)`は部分配列 $A[l] \cdots A[r]$ の内容を表示する。このとき、以下の問いに答えよ。

マージソート：

```
1.  void m_sort(int l,int r,double A[N]){
2.    int m=(l+r)/2;/*中央の添え字*/
3.    if(l>=r){
4.      return;
5.    }else{
6.         /*print_array(l,r,A);*/
7.      m_sort( (ア) );/*前半のソート*/
8.      m_sort( (イ) );/*後半のソート*/
9.        /*print_array(l,r,A);*/
10.     merge(l,m,r,A);
11.       /*print_array(l,r,A);*/
12.     return;
13.   }
14. }
```

(1) マージソートが動作するように、(ア)、（イ）に入る適切な引数を示せ。

(2) $n = 8$ とし、配列 A に下のように値が蓄えられているとする。`m_sort(0,7,A)`を実行したときに 6,9,11 行目の各 `print_array(0,7,A)`により表示される配列の内容を示せ。

	A[0]	A[1]	A[2]	A[3]	A[4]	A[5]	A[6]	A[7]
A	18	46	7	83	21	75	39	55

(3)マージソートの時間計算量を $T_m(n)$ と表す。このとき、$T_m(n)$ が満たすべき漸化式を示せ。ただし、関数 merge の時間計算量は $O(r-l) = O(n)$ 時間であるとし、表示用関数 `print_array` の計算量は含めないとする。

(4)(3)の漸化式を解き、マージソートの最悪時間計算量 $T_m(n)$ を O 記法で示せ。ただし、$n = 2^k$ であるとして良い。

４．２分探索木

２分探索木Tに集合$S=\{12,18,23,33,40,45,57\}$を蓄えることを考える。２分探索木$T$にデータ x を挿入する操作を `insert(x)`で表わし、２分探索木Tからデータ x を削除する操作を `delete(x)`と表す。ただし、`delete(x)`において、削除される頂点の場所には、左の部分木中の最大の要素で置き換わる。（このTは単なる２分探索木で AVL 木ではない。）このとき、以下の問いに答えよ。

(1) 集合Sを蓄える２分探索木Tで高さが最大となるもの図示せよ。（１種類示せばよい。）

(2) 集合Sを蓄える２分探索木Tで高さが最小となるもの図示せよ。（１種類示せばよい。）

(3)空の（要素数 0 の）２分探索木Tに次の順序で操作を行ったとき、２分探索木Tの状態の変化を図示せよ。

$\mathrm{insert}(18) \to \mathrm{insert}(45) \to \mathrm{insert}(40) \to \mathrm{insert}(23) \to \mathrm{insert}(57) \to \mathrm{insert}(12) \to \mathrm{insert}(33)$

(4)(3)の木にさらに次の順序で操作を行ったとき、２分探索木Tの状態の変化を図示せよ。

$\mathrm{insert}(25) \to \mathrm{delete}(57) \to \mathrm{delete}(40) \to \mathrm{insert}(20)$
$\to \mathrm{delete}(45) \to \mathrm{insert}(63) \to \mathrm{delete}(33) \to \mathrm{delete}(23)$

(5) 空の２分探索木Tにn回を挿入を繰り返して２分探索木Tを作成するときの最悪時間計算量$T_{BT}(n)$を示せ。