2006年度ソフトウェア工学再試験問題

日時：平成18年9月8日(金)12:50-14:20　場所：K318

注意事項：

① 席は自由に選んでよい。

② 答案は教卓に提出すること。

③ 問題用紙は持ち帰ること。

④ 試験用紙、計算用紙が必要なときには申し出ること。

⑤ 解の簡単な導出過程も書くこと。

1.漸近量評価

（１）次の関数を O 記法で示せ。(出来るだけ漸近計算量が小さいもので表すこと。)

$(a)\quad T_a(n) = 2n^2 + 15n - 10$

$(b)\quad T_b(n) = 3(2n^2 - 1)(3n^3 + 2)(5n - 3) + 15(2n^2 - 5)(5n + 1)$

$(c)\quad T_c(n) = \left(\log n\right)^3 + n^{\frac{1}{3}}$

$(d)\quad T_d(n) = \log n + \sin n$

$(e)\quad T_e(n) = n^2 + 2^{-2n}$

（２）次の擬似コードの漸近計算量を O 記法で示せ。

ただし、以下のコードでは引数 n が入力サイズとし、すべて $n = 2^k$ の形であるとする。

(a) 漸近計算量 $T_A(n)$

アルゴリズム A：

```
void algoA(int n){
    for(i=0;i<n;i++){
        for(j=1;j<n;j=2*j){
             (定数 c_1 時間の処理)
        }
    }
    return;
}
```

(b) 漸近計算量 $T_B(n)$

アルゴリズム B：

```
void algoB(int n){
    for(i=n;i>0;i=j/2){
             (定数 c_2 時間の処理)
    }
    return;
}
```

(c) 漸近計算量 $T_C(n)$

アルゴリズム C：

```
void algoC(int n){
    if(n<=0){
        return;
    }else{
      algoC(n/2);
        (定数c3時間の処理)
      algoC(n/2);
      return;
    }
}
```

２．データ構造

２分探索木 T に集合 $S=\{2,4,5,6,8,9,10\}$ を蓄えることを考える。２分探索木 T にデータ x を挿入する操作を insert(x)で表し、２分探索木 T からデータ x を削除する操作を delete(x)で表す。このとき、以下の問いに答えよ。

（１）集合 S を蓄える２分探索木で高さが最大のものを１つ図示せよ。（１種類示せばよい。）

（２）集合 S を蓄える２分探索木で高さが最小のものを１つ図示せよ。（１種類示せばよい。）

（３）空の（要素数０の）２分探索木 T に次の順序で集合の要素を挿入するとき、２分探索木の状態の変化を図示せよ。

insert(4)→insert(8)→insert(10)→insert(2)→insert(9)→insert(5)→insert(6)

（４）（３）の木から次の操作を行ったときの２分探索木を変化を図示せよ。ここで、delete(x)はデータ x を削除する操作であり、insert(x)はデータ x を挿入する操作である。

delete(8)→insert(7)→delete(10)→delete(5)→delete(7)

（５）空の２分探索からある順序で挿入を繰り返して、(2)の木が得られた。このような挿入順序を１つ示せ。

3.ヒープソート

配列 A には n 個の要素 $a_0, a_1, \cdots, a_{n-1}$ が $A[0], A[1], \cdots, A[n-1]$ にそれぞれ蓄えられているとする。この（単一の）配列 A だけを用いてヒープソートを行うアルゴリズムを下に擬似コードで示す。ここで、ヒープは親の方が大きい要素を蓄えるものとする。(すなわち、ある頂点 v を根とする部分木中の最大の値を頂点 v に蓄える。）また、print_array(n,A)は配列 A の最初の n 要素の内容を表示する関数である。このアルゴリズムについて問いに答えよ。

ヒープソート：

```
void h_sort(int n,int A[]){
  /*ヒープ状態作成*/
  for(i=0;i<n;i++){
      （A[i]をヒープに挿入し、A[0]からA[i]までをヒープ状態にする。）
      print_array(n,A);
   }
  /*並べ変え*/
  for(i=n-1;i>0;i--){
      （A[i]とA[0]を交換し、A[i]からA[n-1]までをソート状態にする。）
      print_array(n,A);
   }
  return;
}
```

(1) $n=8$ とし、配列 A に下のように値が蓄えられているとする。h_sort(8,A[])を実行したときに print_array(n,A)の各命令により表示される配列の内容を示せ。また、print_array(n,A)の各命令が実行されたときのヒープの状態を木として図示せよ。

	A[0]	A[1]	A[2]	A[3]	A[4]	A[5]	A[6]	A[7]
A	32	15	51	73	8	62	47	90

（2）一般に、高さが h のヒープに蓄えることのできる最大のデータ数 N を求めよ。(なお、根の高さは 0 として扱うこと。)

（3）ヒープに n 個のデータが蓄えられているとする。このとき、ヒープの高さ h とデータ数 n との関係を式で表せ。また、高さ h をデータ数 n を用いた O 記法で示せ。

（4）ヒープソートの時間計算量を O 記法で示せ。ただし、print_array（n,A）に用いられる時間計算量を含めないこと。

４.ハッシュ

アルファベット $A=\{a,b,\cdots,z\}$ 中の３文字からなる５個の名前 $N=\{aki,ban,eto,son,oka\}$ を要素数 10 の配列 X にハッシュ法で蓄えることを考える。

ハッシュ関数 $h:A^3\to\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ は以下の式を用いるものとする。

$\boldsymbol{x}=x_1x_2x_3\in A^3$ に対して、

$$h(\boldsymbol{x})\equiv\sum_{i=1}^{3}c(x_i)\quad(\mathrm{mod}10)$$

ここで、$c:A\to\mathbb{Z}$ は以下に示すようなアスキーコードである。（$\mathbb{Z}$ は整数の集合。）

$c(a)=97, c(b)=98,\cdots,c(z)=122$

また、要素 $\boldsymbol{x}$ を挿入する際に k 回衝突が起きたとするとき、次のハッシュ関数値で得られた値を添え字として配列 X に蓄えるとする。

$h_k(\boldsymbol{x})\equiv h(\boldsymbol{x})+k\quad(\mathrm{mod}10)$

このとき、次の問いに答えよ。

（１） 各要素 $\boldsymbol{x}\in N$ に対して、ハッシュ値 $h(\boldsymbol{x})$ を求めよ。

（２）空の配列へ順に N の要素をすべて挿入するときの衝突回数の総和 $K=\sum_{x_i\in N}k_i$ を求めよ。

ここで、k_i は要素 x_i を挿入するときの衝突回数である。

（３） 次の順序で名前を空の配列に挿入するとき、配列 X の内容の変化を図示せよ。

aki→ban→eto→son→oku

（4）ある順序で名前を空の配列に挿入したら、次の配列が得られた。このような格納状態になる挿入順序を全て示せ。

	X[0]	X[1]	X[2]	X[3]	X[4]	X[5]	X[6]	X[7]	X[8]	X[9]
X	aki					ban	son	oka	oku	eto