

第 6 回課題 06

(条件による繰り返し、2009/5/21(木))

基本問題

06-1:立方根

本提出期限 2009/5/22(金)0:00(5/21(木) 24:00)

再提出期限 2009/6/4(木)0:00(6/3(水) 24:00)

提出物: Makefile、ソースファイル (cubicrt.c)、入力ファイル (cubicrt.in)、出力ファイル (cubicrt.out)

ニュートン法を用いて、与えられた実数の立方根を求めるプログラムを作成せよ。ただし、立方根を求めるプログラムの実現に際しては、次の囲みに注意し、後の仕様を満すこと。

注: 方程式 $f(x) = 0$ の解の真値を x^* とする。つまり、 $f(x^*) = 0$ が満たされるとする。このとき、ニュートン法とは、真値 x^* に収束する数列により、真値 x^* の近似解を求める方法である。ニュートン法で用いられる数列は、次の漸化式で定められる。テキスト参照。

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$$

要求仕様

- プログラムの外部仕様として以下を満たすこと。
 - － プログラム出力 (近似解) x^o が、次式を満たすこと。
$$|(x^o)^3 - (x^*)^3| = |(x^o)^3 - x| \leq 10^{-5}$$
(なお、通常 (絶対) 誤差は、
$$|x^o - x^*|$$
で定義されるが、プログラムの簡易化のため上記判定を用いる。)
 - － 上の要求を満たさない場合には、適切なメッセージにより通知すること。
- 入力は、任意の 1 つの実数値 x (double 値) を標準入力から行う。特に、 x は、正、0.0、負のいずれでも良いことに注意せよ。
- 出力は以下を満たすこと。出力例参照。
 - － すべて標準出力へ行なう。
 - － $x_0 = x$ に対して、ニュートン法を適用した際に、定義される数列 $\{x_i\}$ 。すなわち、真値 x^* に収束する近似解の数列。ただし、各項は、小数点以下 8 桁まで出力すること。
 - － 収束するまでの繰り返し回数。すなわち、while 文の反復実行部分を処理した回数。(繰り返し回数は 0 以上の整数)
 - － 入力値の立方根の近似解 (小数点以下 8 桁までの実数)。
 - － 近似解の精度が外部要求を保証できない場合には、適切なメッセージを出力する。
- プログラムの内部仕様として以下を満たすこと。
 - － 0.0 で除算は行なわないこと。
 - － ニュートン法の繰り返しは、1000 回を上限とする。すなわち、収束条件ではなくて、繰り返し上限でニュートン法が終了した際には、解の精度は保証されなくても良い。
 - － 収束条件 (10^{-5}) はマクロ定義すること。
 - － 繰り返し上限 (1000) はマクロ定義すること。

実行例 1

```
b10b0xx@tyy:~/prog/06$./cubicrt
立方根を求めます。
実数値を入力して下さい。
0.0
    0.00 の立方根は、    0.000000000  です。
繰り返し回数は、0 回です。
b10b0xx@tyy:~/prog/06$
```

実行例 2

```
b10b0xx@tyy:~/prog/06$./cubicrt
立方根を求めます。
実数値を入力して下さい。
27.0
x0=    27.00000000
x1=    18.01234568
x2=    12.03597017
x3=     8.08610710
x4=     5.52838405
x5=     3.98006278
x6=     3.22152473
x7=     3.01488376
x8=     3.00007336
x9=     3.00000000
    27.00 の立方根は、    3.000000000  です。
繰り返し回数は、9 回です。
b10b0xx@tyy:~/prog/06$
```

応用問題

06-2:最大公約数

本提出期限 2009/5/28(木)0:00(5/27(水) 24:00)

再提出期限 2009/6/4(木)0:00(6/3(水) 24:00)

提出物：Makefile、ソースファイル (gcd.c)、入力ファイル (gcd.in)、出力ファイル (gcd.out)

ユークリッドの互除法を用いて、2つの自然数の最大公約数を求めるプログラムを作成せよ。ただし、次の囲みに注意し、後の仕様を満すこと。

注: ユークリッドの互除法とは、除算を交互に繰り返しながら、余りの系列を0に収束させる方法である。余りが0になったとき、すなわち、割り切れたときの除数が、最大公約数である。

以下で、より詳しく説明する。自然数の割り算において、 p を除数 (割る数、分母)、 q を被除数 (割られる数、分子)、 d を商 (割り算の答)、 r を余り取ると、次式が成り立つ。

$$p = dq + r$$

ここで、 $p \geq q$ 、 $0 \leq r < q$ とすると、上式において、商 d と余り r は一意に定まる。よって、入力自然数 p 、 q から次の3つの数列 $\{p_i\}, \{q_i\}, \{r_i\}$ を定めることができる。

$$\begin{cases} p_0 = p \\ q_0 = q \\ r_0 \text{ は式 } p_0 = d_0 q_0 + r_0 \text{ より定まる値。} \end{cases}$$

$$\begin{cases} p_i = q_{i-1} \\ q_i = r_{i-1} \\ r_i \text{ は式 } p_i = d_i q_i + r_i \text{ より定まる値。} \end{cases}$$

$r_i = 0$ となる i に対して、 q_i は、 p, q の最大公約数となる。すなわち、 $\gcd(p, q) = q_i$ である。

要求仕様:

- 入力は、以下を満たすように行なう。
 - － すべて標準入力から行なう。
 - － 2 個の自然数 (int 型で扱うことができる範囲の、0 より大きな任意の整数) を入力する。(問題中では、最初に入力される自然数を p , 2 番目に入力される自然数を q と呼ぶ)
 - － 自然数 p と自然数 q はどちらが大きいても良い。(すなわち、入力順序を問わない。)
- 出力は、以下を満たすように行なう。
 - － すべて標準出力へ行なう。
 - － p または q が 0 以下である場合には、最大公約数は存在しないため、エラーメッセージを出力する。出力例参照。
 - － 自然数 p と自然数 q に対してユークリッドの互除法を適用した際に得られる導出過程。(除数, 被除数, 余りの系列) 出力例参照。
 - － ユークリッドの互除法により求めた p と q の最大公約数

実行例 1

```
b10b0xx@tyy:~/prog/06$ ./gcd
1 つめの自然数を入力してください。
1029
2 つめの自然数を入力してください。
2688
2688 を 1029 で割った余りは 630 です。
1029 を 630 で割った余りは 399 です。
630 を 399 で割った余りは 231 です。
399 を 231 で割った余りは 168 です。
231 を 168 で割った余りは 63 です。
168 を 63 で割った余りは 42 です。
63 を 42 で割った余りは 21 です。
42 を 21 で割った余りは 0 です。
-----
1029 と 2688 の最大公約数は 21 です。
b10b0xx@tyy:~/prog/06$
```

実行例 2

```
b10b0xx@tyy:~/prog/06$ ./gcd
1 つめの自然数を入力してください。
4321
2 つめの自然数を入力してください。
0
4321 と 0 の最大公約数は存在しません。
b10b0xx@tyy:~/prog/06$
```