

第 7 回 線形代数学レポート課題 (線形写像)

提示: 2010/7/7(水) 提出: 2010/7/21(水)

1.3 次元実数ベクトル空間 $\mathbb{R}^3$ 上で各変換 (線形写像) を表す行列を示せ。

なお、変換前の 3 次元ベクトルを $\boldsymbol{p} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$ 、変換後 3 次元ベクトルを $\boldsymbol{p}' = \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix}$ 、変換を表

す行列を $\boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} \\ t_{21} & t_{22} & t_{23} \\ t_{31} & t_{32} & t_{33} \end{bmatrix}$ とすると、変換は次式に従う。

$$\boldsymbol{p}' = f(\boldsymbol{p}) = \boldsymbol{T}\boldsymbol{p}$$

$$\therefore \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} \\ t_{21} & t_{22} & t_{23} \\ t_{31} & t_{32} & t_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

(1) z 軸を中心に (時計まわりに) θ だけ回転させる行列 $\boldsymbol{T}_{z(\theta)}$

(2) y 軸中心に (時計まわりに) θ だけ回転させる行列 $\boldsymbol{T}_{y(\theta)}$

(3) x 軸中心に (時計まわりに) θ だけ回転させる行列 $\boldsymbol{T}_{x(\theta)}$

(4) 原点を通り長さが 1 の単位方向ベクトル $\boldsymbol{u} = \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{bmatrix}$ の直線を中心に (時計まわりに) θ だ

け回転させる行列 $\boldsymbol{T}_{\boldsymbol{u}(\theta)}$

(裏へつづく)

2. 各表現行列 A の線形写像 f_A に対して、像 $\text{Im } f_A$ と核 $\ker f_A$ を求めよ。

(1)

$$A_1 = \begin{bmatrix} 3 & -9 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$$

(2)

$$A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \\ -2 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

(3)

$$A_3 = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 & 3 \\ 1 & -2 & 2 & 5 \\ 3 & -6 & -1 & 8 \end{bmatrix}$$