

第3回 線形代数学レポート課題（行列の行基本変形とその応用）

提示：2010/5/19(水) 提出：2010/6/2(水)

1. 行基本変形の変換行列

次の行列に関して、問いに答えよ。

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- (1) 行列 $\mathbf{A}$ の 2 行目を $\left(-\frac{1}{2}\right)$ 倍して得られる行列を $\mathbf{A}_1$ と表す。

$\mathbf{A}_1 = T_{3 \times (2)} \mathbf{A}$ となる行列 $T_{3 \times (2)}$ を示せ。

- (2) 行列 $\mathbf{A}_1$ の 4 行目に 2 行目を 3 倍して加えて得られる行列を $\mathbf{A}_2$ と表す。

$\mathbf{A}_2 = T_{(4)+3 \times (2)} \mathbf{A}_1$ となる行列 $T_{(4)+3 \times (2)}$ を示せ。

- (3) 行列 $\mathbf{A}_2$ の 1 行目と 3 行目を交換して得られる行列を $\mathbf{A}_3$ と表す。

$\mathbf{A}_3 = T_{(1) \leftrightarrow (3)} \mathbf{A}_2$ となる行列 $T_{(1) \leftrightarrow (3)}$ を示せ。

- (4) 行列 $\mathbf{A}_3$ を成分で示せ。

- (5) 行列 $\mathbf{A}$ の逆行列 $\mathbf{A}^{-1}$ を求めよ。

2. 行列の階数

次に示す各行列に対して、

行基本変形により階段行列に変形し階数(rank)を求めよ。

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}, \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & -1 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & -4 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}, \mathbf{D} = \begin{bmatrix} -2 & 2 & -1 & 2 & 4 \\ 1 & -1 & 3 & -3 & -1 \\ -1 & 1 & 7 & -5 & 5 \end{bmatrix}$$

- (1) $\text{rank}(\mathbf{B})$

- (2) $\text{rank}(\mathbf{C})$

- (3) $\text{rank}(\mathbf{D})$

(裏に続く)

3.逆行列

次に示す行列が正則行列かどうかを調べ、正則行列に対しては逆行列を求めよ。

(1)

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

(2)

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -1 \\ -2 & 3 & 0 \\ -2 & 2 & -2 \end{bmatrix}$$