

第2回 線形代数学レポート課題（行列の演算2、転置、逆行列、分解）

提示：2010/4/28(水) 提出：2010/5/19(水)

1. 次式を計算せよ。ただし、次式の演算は全て計算可能であるとする。

（なお、 X^{-1} は行列 X の逆行列、 tX は行列 X の転置行列を表す。また、計算するとは、 $O, I, A_i, A_i^{-1}, {}^tA_i, {}^tA_i^{-1}, (i = 1, 2, \dots)$ のスカラール倍とその積、和で表すことである。）

$$(1) (A_1 A_2 A_3 A_4)^{-1}$$

$$(2) {}^t(A_1 A_2 A_3 A_4)$$

$$(3) \left({}^t \left({}^t(A_1 A_2)(A_3 A_4)^{-1} \right) \right)^{-1}$$

$$(4) (A_1 + A_2 + A_3)(A_1^{-1} + A_2^{-1} + A_3^{-1})$$

$$(5) {}^t(A_1 + A_2)({}^tA_1^{-1} + {}^tA_2^{-1})(A_1 + A_2)$$

2.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -3 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

とする。次式を計算せよ。（ここで、計算するとは成分を求めることである。）

$$(3) {}^t \left({}^t \left({}^t(A + B + {}^tC) + A \right) + {}^t(B + C) \right)$$

$$(4) {}^t \left({}^t \left({}^tAC \right) + {}^tC{}^tB \right)$$

2.

次の行列を対称行列と交代行列の和で表せ。

$$(1) \mathbf{D} = \begin{bmatrix} 2 & -8 \\ 4 & -6 \end{bmatrix}$$

$$(2) \mathbf{E} = \begin{bmatrix} 6 & 4 & 2 \\ -2 & 4 & 12 \\ 4 & -14 & -10 \end{bmatrix}$$

3.

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 7 & 4 \\ 5 & 3 \end{bmatrix} \quad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -4 & -5 \end{bmatrix}$$

とする。次の値を求めよ。

(1) $\text{tr}(\mathbf{F})$

(2) $\text{tr}(\mathbf{G})$

(3) $\text{tr}(\mathbf{FG})$

(4) $\text{tr}(\mathbf{GF})$

(5) $|\mathbf{F}|$

(6) $|\mathbf{G}|$

(7) $|\mathbf{FG}|$

(8) $|\mathbf{GF}|$