

第3回 線形代数学レポート課題（行列の行基本変形とその応用）

提示：2009/6/3(水) 提出：2009/6/10(水)

1. 行列 $\mathbf{X}$ の逆行列を $\mathbf{X}^{-1}$ 、転置行列を ${}^t\mathbf{X}$ と表す。

このとき、次式を

$$\mathbf{I}, \mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}, \mathbf{A}^{-1}, \mathbf{B}^{-1}, \mathbf{C}^{-1}, \mathbf{D}^{-1}, {}^t\mathbf{A}, {}^t\mathbf{B}, {}^t\mathbf{C}, {}^t\mathbf{D}, {}^t\mathbf{A}^{-1}, {}^t\mathbf{B}^{-1}, {}^t\mathbf{C}^{-1}, {}^t\mathbf{D}^{-1}$$

を用いて表わせ。

$$(1) \left({}^t(\mathbf{ABC}) \right)^{-1}$$

$$(2) {}^t\left((\mathbf{A} + \mathbf{B})(\mathbf{A}^{-1} + \mathbf{B}^{-1})\right)$$

$$(3) {}^t\left(\left({}^t\left((\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B})^{-1}\right) + {}^t\mathbf{C}^t\mathbf{D}\right)^{-1}\right)$$

2. 次の行列を行基本変形で階段行列に変形し、階数を求めよ。

$$(1) \mathbf{E} = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -6 & 2 \end{bmatrix}$$

$$(2) \mathbf{F} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 3 & -2 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$(3) \mathbf{G} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -4 & 2 \\ 3 & 3 & 3 & 6 \\ 5 & 4 & 1 & 12 \\ -1 & -2 & -4 & 2 \end{bmatrix}$$

（裏へつづく）

3. 次の連立方程式を解け。

$$(1) \begin{cases} 3x & -y & = 5 \\ -6x & +2y & = -7 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} x & -y & +z & = 3 \\ 3x & -2y & +z & = 11 \\ 2x & +2y & +3 & = 5 \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} 2x_1 & +x_2 & -4x_3 & +2x_4 & = -3 \\ 3x_1 & +3x_2 & +3x_3 & +6x_4 & = 6 \\ 5x_1 & +4x_2 & +x_3 & +12x_4 & = 5 \\ -x_1 & -2x_2 & -4x_3 & +2x_4 & = -6 \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} 3x_1 & -2x_2 & +x_3 & & +4x_5 & = 2 \\ x_1 & -x_2 & +x_3 & -2x_4 & +x_5 & = 1 \\ 2x_1 & +x_2 & -3x_3 & +x_4 & +3x_5 & = 2 \end{cases}$$