

第5回 線形代数学レポート課題（線形空間）

提示：2007/6/13(水) 提出：2007/6/27(水)

1. 次のベクトルの集合が一次独立か一次従属かを調べよ。また、一次従属である場合には、一つのベクトルを残りのベクトルの一次結合で表せ。

$$(1) \{ \mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3 \}. \text{ただし、} \mathbf{x}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{bmatrix}, \mathbf{x}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \\ 2 \end{bmatrix}, \mathbf{x}_3 = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$(2) \{ \mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3, \mathbf{x}_4 \}. \text{ただし、} \mathbf{x}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{x}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{x}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{x}_4 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$(3) \{ \mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3, \mathbf{x}_4 \}. \text{ただし、} \mathbf{x}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{x}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{x}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{x}_4 = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

2. 次のベクトルの集合 $\{ \mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots \}$ に対して、生成する部分空間 $L\{ \mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots \}$ を求めよ。

また、部分空間 $L\{ \mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots \}$ の次元 $\dim L\{ \mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots \}$ と基底を求めよ。

$$(1) \mathbf{x}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{x}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix}, \mathbf{x}_3 = \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$(2) \mathbf{x}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{x}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{x}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{x}_4 = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$(3) \mathbf{x}_1 = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \mathbf{x}_2 = \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{x}_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -3 \end{bmatrix}, \mathbf{x}_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{x}_5 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$