

# 2009 年度 情報理論⑨試験問題

日時：2010 年 3 月 3 日（水）3 時限 12:50-14:20

場所：K325

注意事項：

1. 関数電卓持込可
2. 答案用紙を教卓に提出して退席すること。
3. 問題用紙は持ち帰ること。
4. 途中の計算課程も記述すること。（電卓が無い人は特に途中過程を正確に記述すること。）
5. 草稿用紙が必要な場合は申し出ること。

## 1. 情報量

次の無記憶情報源

$$A = \left\{ \begin{matrix} a & , & b & , & c \\ \frac{1}{3} & , & \frac{1}{3} & , & \frac{1}{3} \end{matrix} \right\}, \quad B = \left\{ \begin{matrix} a & , & b & , & c \\ \frac{1}{2} & , & \frac{1}{4} & , & \frac{1}{4} \end{matrix} \right\}, \quad C = \left\{ \begin{matrix} a & , & b & , & c \\ \frac{1}{8} & , & \frac{2}{8} & , & \frac{5}{8} \end{matrix} \right\}$$

について問いに答えよ。必要な値を用いよ。 $\log_2 3 \approx 1.585$ 、 $\log_2 5 \approx 2.322$

(1) 次の文字列  $w_i$  ( $i=1,2$ ) が各情報源  $X$  ( $X=A,B,C$ ) から生成されたときの自己情報量  $I_X(w_i)$  をそれぞれ求めよ。

①  $w_1 = aba$

②  $w_2 = abbccc$

(2) 平均情報量 (エントロピー)  $H(A), H(B), H(C)$  を求めよ。

## 2. ハフマン符号 (情報源符号化法)

無記憶情報源  $S = \left\{ \begin{matrix} a & , & b & , & c & , & d & , & e \\ \frac{20}{36} & , & \frac{5}{36} & , & \frac{5}{36} & , & \frac{3}{36} & , & \frac{3}{36} \end{matrix} \right\}$  に対して、以下の問いに答えよ。

必要な値を用いよ。

$\log_2 3 \approx 1.585$ 、 $\log_2 5 \approx 2.322$

(1) 情報源  $S$  のエントロピー  $H(S)$  を求めよ。

(2) ハフマン符号化法により情報源  $S$  の符号  $\phi$  を求めよ。

(3) 符号  $\phi$  の符号の木  $T$  を示せ。

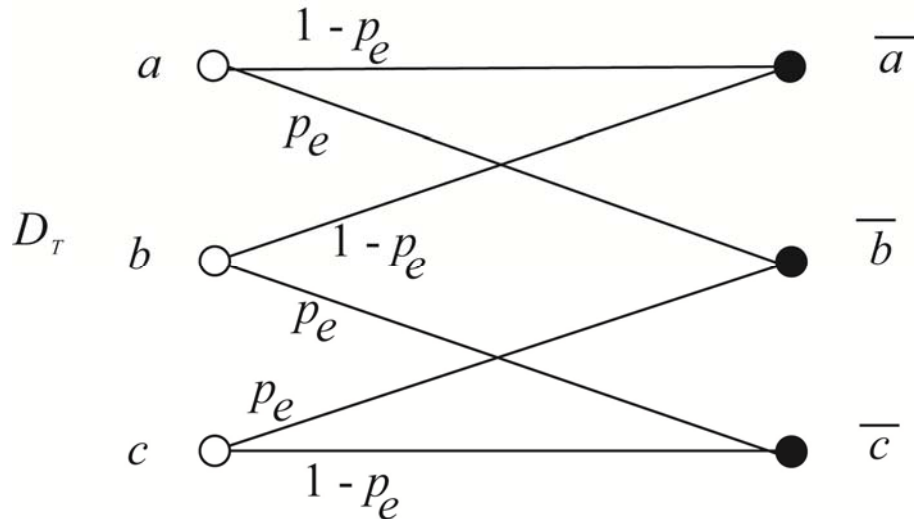
(4) 符号  $\phi$  の平均符号語長  $\bar{L}$  を求めよ。

(5) 符号  $\phi$  の効率  $e$  を求めよ。

### 3.通信路

次の通信路線図  $D_T$  で表される通信路  $T$  に、送信情報源  $A = \left\{ \begin{matrix} a & , & b & , & c \\ P(a) & , & P(b) & , & P(c) \end{matrix} \right\}$  を接続

したところ、受信情報源  $B = \left\{ \begin{matrix} \bar{a} & , & \bar{b} & , & \bar{c} \\ P(\bar{a}) & , & P(\bar{b}) & , & P(\bar{c}) \end{matrix} \right\}$  が得られるとする。



このとき、以下の問いに答えよ。必要なら次の値を用いよ。  $\log_2 3 \approx 1.585$

(1) この通信路  $T$  の通信路行列  $M_T$  を示せ。

(2) 受信確率  $P(\bar{a}), P(\bar{b}), P(\bar{c})$  を送信確率  $P(a), P(b), P(c)$  および誤り確率  $p_e$  で表せ。

(3)  $p_e = \frac{1}{3}$  かつ  $P(a) = \frac{1}{4}, P(b) = \frac{1}{2}, P(c) = \frac{1}{4}$  のとき、条件付きエントロピー  $H(A|B), H(B|A)$

および相互情報量  $I(A; B)$  を求めよ。

(4)  $p_e = \frac{1}{3}$  のとき、この通信路  $T$  の通信路容量  $C(T)$  および通信路容量  $C(T)$  を実現する送信確率  $P(a), P(b), P(c)$  を求めよ。

#### 4.ハミング符号（誤り訂正符号）

(7,4)のハミング符号を以下のように表す。

$$\mathbf{w} = (\mathbf{x}, \mathbf{p}) = (x^1, x^2, x^3, x^4, p^1, p^2, p^3)$$

ここで、 $\mathbf{x} = (x^1, x^2, x^3, x^4)$ は情報ビットであり、 $\mathbf{p} = (p^1, p^2, p^3)$ は冗長ビットである。各冗長

ビットは次式で定義する。

$$p^1 = x^1 \oplus x^2 \oplus x^3, \quad p^2 = x^2 \oplus x^3 \oplus x^4, \quad p^3 = x^1 \oplus x^2 \oplus x^4$$

このとき、以下の問いに答えよ。

(1)次の系列  $\mathbf{x}_i, (i=1,2,3)$  を情報ビットとする (7,4)ハミング符号語  $\mathbf{w}_i$  および復号領域  $\Omega_i$  を求めよ。

①  $\mathbf{x}_1 = 1011$

②  $\mathbf{x}_2 = 0010$

③  $\mathbf{x}_3 = 0011$

(2)次の系列  $\mathbf{y}_j, (j=4,5,6)$  は、(7,4)ハミング符号として送信された符号語  $\mathbf{w}_j$  の受信符号語  $\mathbf{y}_j$  である。各受信符号  $\mathbf{y}_j$  に対して混入した誤りベクトル  $\mathbf{e}_j$  および正しい送信符号語  $\mathbf{w}_j$  を求めよ。

④  $\mathbf{y}_4 = 1111100$

⑤  $\mathbf{y}_5 = 0010110$

⑥  $\mathbf{y}_6 = 0001111$