

2009 年度 情報理論定期試験問題

日時：2010 年 2 月 10 日（水）12:50-14:20

場所：K205

注意事項：

- 1．関数電卓持込可
- 2．指定された席に着席すること。
- 3．答案用紙を席に残して退席すること。
- 4．問題用紙は持ち帰ること。
- 5．途中の計算課程も記述すること。（電卓が無い人は特に途中過程を正確に記述すること。）
- 6．草稿用紙が必要な場合は申し出ること。

1. 情報量

次の無記憶情報源

$$A = \left\{ \begin{matrix} a & , & b & , & c & , & d \\ \frac{1}{4} & , & \frac{1}{4} & , & \frac{1}{4} & , & \frac{1}{4} \end{matrix} \right\}, \quad B = \left\{ \begin{matrix} a & , & b & , & c & , & d \\ \frac{4}{8} & , & \frac{2}{8} & , & \frac{1}{8} & , & \frac{1}{8} \end{matrix} \right\}, \quad C = \left\{ \begin{matrix} a & , & b & , & c & , & d \\ \frac{1}{16} & , & \frac{1}{16} & , & \frac{2}{16} & , & \frac{12}{16} \end{matrix} \right\}$$

について問いに答えよ。必要なら次の値を用いよ。 $\log_2 3 \approx 1.585$

(1) 次の文字列 $w_i, (i=1,2)$ が各情報源 $X, (X=A, B, C)$ から生成されたときの自己情報量 $I_X(w_i)$ をそれぞれ求めよ。

$$w_1 = abcd$$

$$w_2 = dddcccbabbcccd$$

(2) 平均情報量 (エントロピー) $H(A), H(B), H(C)$ を求めよ。

2. ハフマン符号 (情報源符号化法)

$$\text{無記憶情報源 } S = \left\{ \begin{matrix} a & , & b & , & c & , & d & , & e \\ \frac{10}{24} & , & \frac{6}{24} & , & \frac{5}{24} & , & \frac{2}{24} & , & \frac{1}{24} \end{matrix} \right\} \text{ に対して、以下の問いに答えよ。}$$

必要なら以下の値を用いよ。

$$\log_2 3 \approx 1.585, \quad \log_2 5 \approx 2.322$$

(1) 情報源 S のエントロピー $H(S)$ を求めよ。

(2) ハフマン符号化法により情報源 S の符号 ϕ を求めよ。

(3) 符号 ϕ の符号の木 T を示せ。

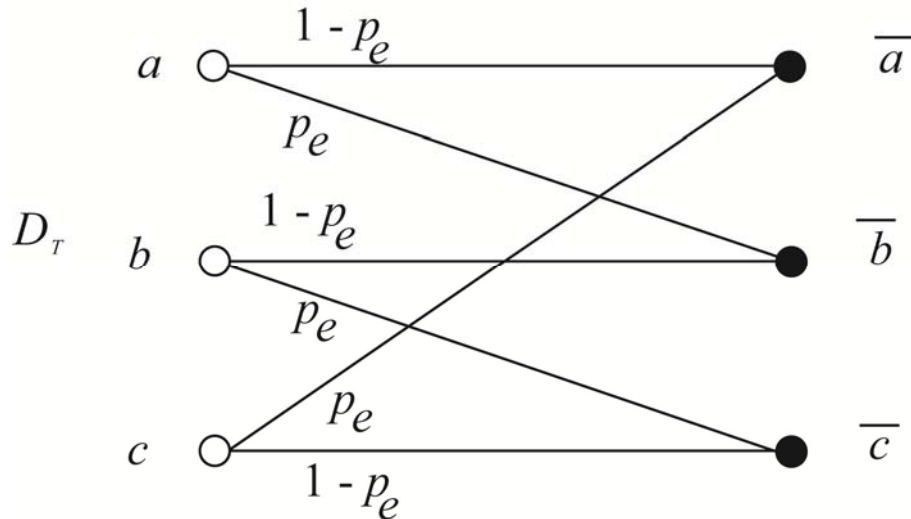
(4) 符号 ϕ の平均符号語長 $\bar{L}$ を求めよ。

(5) 符号 ϕ の効率 e を求めよ。

3. 通信路

次の通信路線図 D_T で表される通信路 T に、送信情報源 $A = \left\{ \begin{matrix} a & , & b & , & c \\ P(a) & , & P(b) & , & P(c) \end{matrix} \right\}$ を接続

したところ、受信情報源 $B = \left\{ \begin{matrix} \bar{a} & , & \bar{b} & , & \bar{c} \\ P(\bar{a}) & , & P(\bar{b}) & , & P(\bar{c}) \end{matrix} \right\}$ が得られるとする。



このとき、以下の問いに答えよ。必要なら次の値を用いよ。 $\log_2 3 \approx 1.585$

(1) この通信路 T の通信路行列 M_T を示せ。

(2) 受信確率 $P(\bar{a}), P(\bar{b}), P(\bar{c})$ を送信確率 $P(a), P(b), P(c)$ および誤り確率 p_e で表せ。

(3) $p_e = \frac{1}{2}$ かつ $P(a) = \frac{1}{4}, P(b) = \frac{1}{2}, P(c) = \frac{1}{4}$ のとき、条件付きエントロピー $H(A|B)$ 、 $H(B|A)$

および相互情報量 $I(A; B)$ を求めよ。

(4) $p_e = \frac{1}{2}$ のとき、この通信路 T の通信路容量 $C(T)$ および通信路容量 $C(T)$ を実現する送信確率 $P(a), P(b), P(c)$ を求めよ。

4.ハミング符号 (誤り訂正符号)

(7,4)のハミング符号を以下のように表す。

$$\mathbf{w} = (\mathbf{x}, \mathbf{p}) = (x^1, x^2, x^3, x^4, p^1, p^2, p^3)$$

ここで、 $\mathbf{x} = (x^1, x^2, x^3, x^4)$ は情報ビットであり、 $\mathbf{p} = (p^1, p^2, p^3)$ は冗長ビットである。各冗長

ビットは次式で定義する。

$$p^1 = x^1 \oplus x^2 \oplus x^3, \quad p^2 = x^2 \oplus x^3 \oplus x^4, \quad p^3 = x^1 \oplus x^2 \oplus x^4$$

このとき、以下の問いに答えよ。

(1)次の系列 $x_i, (i=1,2,3)$ を情報ビットとする (7,4)ハミング符号語 w_i および復号領域 Ω_i を求めよ。

$$x_1 = 0100$$

$$x_2 = 0110$$

$$x_3 = 1111$$

(2)次の系列 $y_j, (j=4,5,6)$ は、(7,4)ハミング符号として送信された符号語 w_j の受信符号語 y_j である。各受信符号 y_j に対して混入した誤りベクトル e_j および正しい送信符号語 w_j を求めよ。

$$y_4 = 1111\ 000$$

$$y_5 = 0011111$$

$$y_6 = 1100\ 000$$