

H20 年度 情報理論⑨試験問題

日時：H21 年 3 月 4 日（水）12:50-14:20

場所：K205

注意事項：

1. 関数電卓持込可
2. 答案用紙は教卓へ提出すること。
3. 問題用紙は持ち帰ること。
4. 途中の計算課程も記述すること。（電卓が無い人は特に途中過程を正確に記述すること。）
5. 草稿用紙が必要な場合は申し出ること。

1. 各種情報量

A 社の 2 人 a_1, a_2 、B 社の 2 人 b_1, b_2 が会合を行うことになった。開催日を候補日集合 $D = \{d_1, d_2\}$ から希望調査で定めることになった。希望人数が一番多い日に開催することとし、 d_1 と d_2 で希望人数が同じ場合には d_1 に開催することにする。このような状況で、以下のような事象系を考えることにより各種情報量を求めることを考える。

A 社の希望調査結果について、 d_1 日に 0 人、 d_2 日に 2 人である事象を $A(0, 2)$ のように表す。希望調査結果の他の事象も同様に表す。このとき、A 社の希望調査結果の事象系 A および B 社の希望調査結果の事象系 B は、それぞれ以下のような確率分布に従うとする。

$$A = \left\{ \begin{array}{ccc} A(2, 0) & , & A(1, 1) & , & A(0, 2) \\ \frac{1}{4} & , & \frac{2}{4} & , & \frac{1}{4} \end{array} \right\} \quad B = \left\{ \begin{array}{ccc} B(2, 0) & , & B(1, 1) & , & B(0, 2) \\ \frac{1}{5} & , & \frac{2}{5} & , & \frac{2}{5} \end{array} \right\}$$

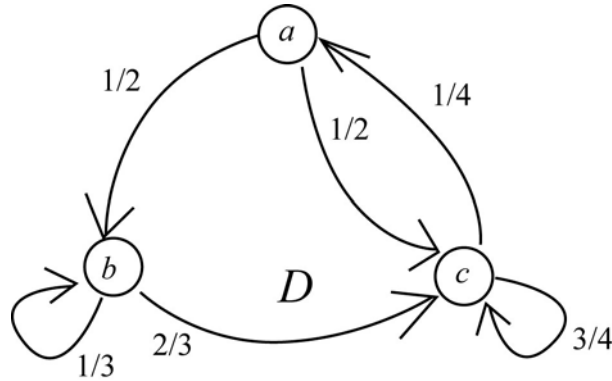
また、開催日に関する事象系を $D = \left\{ \begin{array}{cc} d_1 & , & d_2 \\ P(d_1) & , & P(d_2) \end{array} \right\}$ とする。

このとき、以下の問に答えよ。

- (1) 確率 $P(d_1), P(d_2)$ を求めよ。
- (2) 自己情報量 $i(A(0, 2))$ 、 $i(B(1, 1))$ 、 $i(d_1)$ を求めよ。
- (3) エントロピー $H(A)$ 、 $H(D)$ を求めよ。
- (4) 条件付きエントロピー $H(D|A)$ を求めよ。
- (5) 相互情報量 $I(D; A)$ を求めよ。

2. マルコフ情報源

情報源アルファベット $X = \{a, b, c\}$ 上で、次の状態遷移図 D で定められるマルコフ情報源 S について問に答えよ。



- (1) マルコフ情報源 S の状態遷移確率行列 P を求めよ。
- (2) マルコフ情報源 S の定常分布 $\mathbf{z}$ を求めて、 S の随伴情報源 $\bar{S}$ を求めよ。
- (3) 随伴情報源のエントロピー $H(\bar{S})$ およびマルコフ情報源のエントロピー $H(S|S)$ を求めよ。

3. シャノンファノ符号化法 (情報源符号化)

無記憶情報源 $S = \left\{ \begin{array}{ccccc} a & , & b & , & c & , & d & , & e \\ 0.5 & , & 0.25 & , & 0.15 & , & 0.05 & , & 0.05 \end{array} \right\}$ に対して、以下の問いに答えよ。

必要なら以下の値を用いよ。

$$\log_2 0.5 \approx -1.000, \log_2 0.25 \approx -2.000, \log_2 0.15 \approx -2.737, \log_2 0.05 \approx -4.322$$

- (1) 情報源 S のエントロピー $H(S)$ を求めよ。
- (2) シャノンファノ符号化法により情報源 S の符号 ϕ を求めよ。
- (3) 符号 ϕ の符号の木 T を示せ。
- (4) 符号 ϕ の平均符号語長 $\bar{L}$ を求めよ。
- (5) 符号 ϕ の効率 e を求めよ。

4.通信路

送信情報源 $A = \left\{ \begin{matrix} 0 & , & 1 \\ p_A & , & 1-p_A \end{matrix} \right\}$ から生成される記号を、通信路行列 $T = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}-p_e & \frac{1}{2} & p_e \\ p_e & \frac{1}{2} & \frac{1}{2}-p_e \end{bmatrix}$ で

定義される 2 元対称消失通信路で送信し、受信情報源 $B = \left\{ \begin{matrix} \bar{0} & , & \bar{X} & , & \bar{1} \\ P(\bar{0}) & , & P(\bar{X}) & , & P(\bar{1}) \end{matrix} \right\}$ が得ら

れるとする。

(1) この 2 元対称消失通信路 T の通信路線図を示せ。

(2) 各受信記号の受信確率 $P(\bar{0}), P(\bar{X}), P(\bar{1})$ を 0 送信確率 p_A および誤り確率 p_e でそれぞれ表せ。

(3) $p_A = \frac{1}{2}, p_e = \frac{1}{4}$ のとき、この通信路で伝送される相互情報量 $I(A; B)$ を求めよ。

(4) $p_e = 0$ のとき、この通信路の通信路容量 $C(T)$ を求めよ。