

H18 年度 情報理論再試験問題

日時：H18 年 9 月 5 日（火）12:50-14:20

場所：K318

注意事項：

1. 関数電卓持込可
2. 席は自由に選んでよい。
3. 答案用紙は教卓に提出すること。
4. 問題用紙は持ち帰ること。
5. 途中の計算課程も記述すること。（電卓が無い人は特に途中過程を正確に記述すること。）
6. 草稿用紙が必要な場合は申し出ること。

1. 事象系と各種情報量

次のようなゲームを考える。

「プレイヤーAはサイコロを1個投げて出た目を点数とする。プレイヤーBはコインを2枚投げて表のでた枚数の3倍を点数とする。プレイヤーAとプレイヤーBで得られた点数の多い方が勝ち。」

このゲームにおいて、事象系を以下のように定める。

事象系A：プレイヤーAの点数に関する事象系。 $\{1,2,3,4,5,6\}$ を要素に持つ。

事象系B：プレイヤーBの点数に関する事象系。 $\{0,3,6\}$ を要素に持つ。

事象系G：ゲームの勝敗に関する事象系。プレイヤーAが勝つ、引き分け、負けることをそれぞれ○、△、×と表すものとし、事象系Gは $\{\circ, \triangle, \times\}$ を要素として持つとする。

(1) 事象系Aに対して各事象の生起確率を求め、情報源Aを定めよ。事象系B、Gに対しても同様に情報源B、Gを定めよ。

(2) 事象系Gにおいて、引き分けが起こったことを知ったときの自己情報量 $i_G(\triangle)$ を求めよ。

(3) 情報源Aの平均情報量（エントロピー） $H(A)$ を求めよ。

(4) 条件付エントロピー $H(G|A)$ 、 $H(B|A)$ を求めよ。

(5) 相互情報量 $I(G;A)$ 、 $I(B;A)$ を求めよ。

2. 情報源符号化

無記憶情報源 $S = \left\{ \begin{matrix} a & , & b & , & c & , & d & , & e \\ \frac{8}{24} & , & \frac{6}{24} & , & \frac{5}{24} & , & \frac{3}{24} & , & \frac{2}{24} \end{matrix} \right\}$ に対して、以下の問いに答えよ。

(1) ハフマン符号化法により符号を求めよ。

(2) (1) で得られた符号の符号の木を示せ。

(3) (1) で得られた符号の平均符号語長 $\bar{L}$ を求めよ。

(4) (1) で得られた符号の効率 e を求めよ。

3. 通信路

送信アルファベットを $A=\{0,1\}$ とし、受信アルファベットを $B=\{\bar{0},\bar{1}\}$ とする。このとき、通

信路行列 $T = \begin{bmatrix} 1-p_e & p_e \\ p_e & 1-p_e \end{bmatrix}$ 、 $0 \leq p_e \leq 1$ で表される 2 元通信路について問いに答えよ。

(1) この通信路 T の通信路線図を示せ。

(2) この通信路の通信路容量 $C(T)$ を p_e の式で表せ。また、通信路容量 $C(T)$ を縦軸に、 p_e を横軸にしたグラフの概形を示せ。

(3) この通信路で情報を伝送するときに、通信路容量を達成できるように、情報源 A の各記号 0,1 の生成確率 $P(0), P(1)$ を求めよ。

2. 通信路符号化

(7,4) ハミング符号を以下のように表す。

$$\mathbf{w} = (\mathbf{x}, \mathbf{p}) = (x_1, x_2, x_3, x_4, p_1, p_2, p_3)$$

ここで、 $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3, x_4)$ は情報ビットであり、 $\mathbf{p} = (p_1, p_2, p_3)$ は検査ビットである。また、検査ビットは次式で定義される。

$$p_1 = x_1 \oplus x_2 \oplus x_3, \quad p_2 = x_2 \oplus x_3 \oplus x_4, \quad p_3 = x_1 \oplus x_2 \oplus x_4$$

この (7,4) ハミング符号に関して以下の問いに答えよ。

(1) 次の系列を情報ビット $\mathbf{x}_i$ とする (7,4) ハミング符号 $\mathbf{w}_i$ を求めよ。

① $\mathbf{x}_1 = 1001$

② $\mathbf{x}_2 = 0010$

③ $\mathbf{x}_3 = 0111$

④ $\mathbf{x}_4 = 1110$

(2) (7,4) ハミング符号の受信語 $\mathbf{y} = (y_1, y_2, y_3, y_4, y_5, y_6, y_7)$ を用いて、シンドローム $\mathbf{s} = (s_1, s_2, s_3)$ の式を示せ。

(3) 各受信語 $\mathbf{y}_i$ は高々 1 ビットしか誤りが無いとする。このとき、各受信語の誤りを訂正して送信語 $\mathbf{w}_i$ を求めよ。

① $\mathbf{y}_1 = 0111001$

② $\mathbf{y}_2 = 1111000$

③ $\mathbf{y}_3 = 1101101$

④ $\mathbf{y}_4 = 1100010$