

H18 年度 情報理論定期試験問題

日時：H18 年 7 月 25 日（木）12:50-14:20

場所：K316、K318

注意事項：

- 1．関数電卓持込可
- 2．指定された席に着席すること。
- 3．答案用紙を席に残して退席すること。
- 4．問題用紙は持ち帰ること。
- 5．途中の計算課程も記述すること。（電卓が無い人は特に途中過程を正確に記述すること。）
- 6．草稿用紙が必要な場合は申し出ること。

1. 事象系と各種情報量

次のようなゲームを考える。

「プレイヤー A とプレイヤー B がそれぞれコインを 2 枚ずつ投げて表のでた枚数が多い方が勝ち。」

このゲームにおいて、事象系を以下のように定める。

事象系 A : プレイヤー A が表を出した枚数に関する事象系。 $\{0, 1, 2\}$ を要素に持つ。

事象系 B : プレイヤー B が表を出した枚数に関する事象系。 $\{0, 1, 2\}$ を要素に持つ。

事象系 G : ゲームの勝敗に関する事象系。プレイヤー A が勝つ、引き分け、負けることをそれぞれ $\circ$ 、 $\sim$ 、 $\times$ と表すものとし、事象系 G は $\{\circ, \sim, \times\}$ を要素として持つとする。

(1) 事象系 A に対して各事象の生起確率を求め、情報源 A を定めよ。事象系 B 、 G に対しても同様に情報源 B 、 G を定めよ。

(2) 事象系 G において、引き分けが起こったことを知ったときの自己情報量 $i_G(\sim)$ を求めよ。

(3) 情報源 A の平均情報量 (エントロピー) $H(A)$ を求めよ。

(4) 条件付エントロピー $H(G|A)$ 、 $H(B|A)$ を求めよ。

(5) 相互情報量 $I(G; A)$ 、 $I(B; A)$ を求めよ。

2. 情報源符号化

無記憶情報源 $S = \left\{ \begin{matrix} a & , & b & , & c & , & d & , & e \\ \frac{12}{36} & , & \frac{9}{36} & , & \frac{8}{36} & , & \frac{4}{36} & , & \frac{3}{36} \end{matrix} \right\}$ に対して、以下の問いに答えよ。

(1) ハフマン符号化法により符号を求めよ。

(2) (1) で得られた符号の符号の木を示せ。

(3) (1) で得られた符号の平均符号語長 $\bar{L}$ を求めよ。

(4) (1) で得られた符号の効率 e を求めよ。

3. 通信路

送信アルファベットを $A = \{0, 1\}$ とし、受信アルファベットを $B = \{\bar{0}, \bar{X}, \bar{1}\}$ とする。ここで、 $\bar{X}$ は記号の消失を意味する。このとき、通信路行列 $T = \begin{bmatrix} 1-p_x & p_x & 0 \\ 0 & p_x & 1-p_x \end{bmatrix}$ 、 $0 \leq p_x \leq 1$ で表され

る 2 元通信路について問いに答えよ。

(1) この通信路 T の通信路線図を示せ。

(2) この通信路の通信路容量 $C(T)$ を p_x の式で表せ。また、通信路容量 $C(T)$ を縦軸に、 p_x を横軸にしたグラフの概形を示せ。

(3) この通信路で情報を伝送するときに、通信路容量を達成できるように、情報源 A の各記号 $0, 1$ の生成確率 $P(0), P(1)$ を求めよ。

2 . 通信路符号化

(7,4) ハミング符号を以下のように表す。

$$\mathbf{w} = (\mathbf{x}, \mathbf{p}) = (x_1, x_2, x_3, x_4, p_1, p_2, p_3)$$

ここで、 $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3, x_4)$ は情報ビットであり、 $\mathbf{p} = (p_1, p_2, p_3)$ は検査ビットである。また、検査ビットは次式で定義される。

$$p_1 = x_1 \oplus x_2 \oplus x_3, \quad p_2 = x_2 \oplus x_3 \oplus x_4, \quad p_3 = x_1 \oplus x_2 \oplus x_4$$

この (7,4) ハミング符号に関して以下の問いに答えよ。

(1) 次の系列を情報ビット x_i とする (7,4) ハミング符号 w_i を求めよ。

$$x_1 = 1100$$

$$x_2 = 0101$$

$$x_3 = 1101$$

$$x_4 = 1011$$

(2) (7,4) ハミング符号の受信語 $\mathbf{y} = (y_1, y_2, y_3, y_4, y_5, y_6, y_7)$ を用いて、シンδροーム $\mathbf{s} = (s_1, s_2, s_3)$ の式を示せ。

(3) 各受信語 y_i は高々 1 ビットしか誤りが無いとする。このとき、各受信語の誤りを訂正して送信語 w_i を求めよ。

$$y_1 = 1110001$$

$$y_2 = 0101111$$

$$y_3 = 1001110$$

$$y_4 = 0011111$$