

情報理演習課題 7 解答例

通信において高々 1 ビットしか誤らない場合に、誤り検出・訂正符号（通信路符号の一種）として、I) パリティ符号、II) 垂直水平パリティ符号、III) ハミング符号を考える。以下の設問に答えよ。

I パリティ符号

(5,4)偶数パリティ符号は以下のように定義される。

$$\mathbf{w} = (\mathbf{x}, p) = (x_1, x_2, x_3, x_4, p)$$

ここで、 $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3, x_4)$ は情報ビットであり、 p は次式で定義される冗長ビット（パリティビット）である。

$$p = x_1 \oplus x_2 \oplus x_3 \oplus x_4$$

1 次の系列 $x_i, 1 \leq i \leq 3$ を情報ビットとする (5,4) 偶数パリティ符号語 w_i および復号領域 Ω_i を求めよ。

高々 1 ビット誤る場合の誤りベクトルを以下に列挙する。

e_1	1	0	0	0	0
e_2	0	1	0	0	0
e_3	0	0	1	0	0
e_4	0	0	0	1	0
e_5	0	0	0	0	1
e_0	0	0	0	0	0

復号領域は、 $\Omega_i = \{w_i \oplus e_j \mid 0 \leq j \leq 5\}$ で求められる。

(1) $\mathbf{x}_1 = 0101$

$$p^1 = 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 0$$

$$\mathbf{w}_1 = (\mathbf{x}_1, p^1) = 01010$$

$$\Omega_1 = \{01010 \oplus e_j \mid 0 \leq j \leq 5\}$$

$$= \{01010, 11010, 00010, 01110, 01000, 01011\}$$

(2) $\mathbf{x}_2 = 1011$

$$p^2 = 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 1$$

$$\mathbf{w}_2 = (\mathbf{x}_2, p^2) = 10111$$

$$\Omega_2 = \{10111 \oplus e_j \mid 0 \leq j \leq 5\}$$

$$= \{10111, 00111, 11111, 10011, 10101, 10110\}$$

$$(3) \quad x_3 = 0010$$

$$p^3 = 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 = 1$$

$$w_3 = (x_3, p^3) = 00101$$

$$\Omega_3 = \{00101 \oplus e_j \mid 0 \leq j \leq 5\}$$

$$= \{00101, 10101, 01101, 00001, 00111, 00100\}$$

2.次の系列 $y_j, 4 \leq j \leq 6$ は、(5,4)偶数パリティ符号の受信語である。各受信語が誤っているかどうかを判別せよ。また、誤っている場合には、送信語として可能な符号語を列挙せよ。

受信語 $y = (y_1, y_2, y_3, y_4, y_5)$ に対して、(シンδροーム) $s = y_1 \oplus y_2 \oplus y_3 \oplus y_4 \oplus y_5$ を計算する。
 $s = 0$ なら偶数パリティであるので誤りはなく、 $s = 1$ なら奇数パリティであるので誤りがある。

$$(4) \quad y_4 = 01010$$

$$s^4 = 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 = 0$$

よって、 $y_4 = 01010$ に誤りはなく、 $y_4 = w_4 = 01010$ であり、 $x_4 = 0101$ である。

$$(5) \quad y_5 = 11100$$

$$s^5 = 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 = 1$$

よって、 $y_5 = 11100$ は誤り。送信語 w_5 は、ハミング距離が 1 以下 ($d_h(w_5, y_5) \leq 1$) で、偶

数パリティを持つので、以下の集合 W_5 のいずれかの要素である。

$$W_5 = \{01100, 10100, 11000, 11110, 11101\}$$

$$(6) \quad y_6 = 00100$$

$$s^6 = 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 = 1$$

よって、 $y_6 = 00100$ は誤り。送信語 w_6 は、ハミング距離が 1 以下 ($d_h(w_6, y_6) \leq 1$) で、

偶数パリティを持つので、以下の集合 W_6 のいずれかの要素である。

$$W_6 = \{10100, 01100, 00000, 00110, 00101\}$$

3. 情報ビットが 5 ビットで、冗長ビットが 1 ビットである (6,5) 偶数パリティ符号を定義せよ。

次のように定義できる。

$$\mathbf{w} = (\mathbf{x}, \mathbf{p}) = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, p)$$

$$p = x_1 \oplus x_2 \oplus x_3 \oplus x_4 \oplus x_5$$

4. (5,4)偶数パリティ符号の情報速度 $R_1(5,4)$ 、および(6,5)偶数パリティ符号の情報速度 $R_1(6,5)$ を求めよ。

情報速度 = $\frac{\text{情報ビット数}}{\text{符号ビット数}}$ である。

よって、以下のように求められる。

$$R_1(5,4) = \frac{4}{5} = 0.80 \quad [\text{bit} / \text{通信路記号}]$$

$$R_1(6,5) = \frac{5}{6} \approx 0.83 \quad [\text{bit} / \text{通信路記号}]$$

II 垂直水平パリティ符号

(9,4) 垂直水平パリティ符号は以下のように定義される。

$$\mathbf{w} = (\mathbf{x}, \mathbf{p}) = (x_1, x_2, x_3, x_4, p_1, p_2, p_3, p_4, p_5)$$

ここで、 $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3, x_4)$ は情報ビットであり、 $\mathbf{p} = (p_1, p_2, p_3, p_4, p_5)$ は次式で定義される冗長ビットである。

$$p_1 = x_1 \oplus x_2, \quad p_2 = x_3 \oplus x_4, \quad p_3 = x_1 \oplus x_3, \quad p_4 = x_2 \oplus x_4, \quad p_5 = x_1 \oplus x_2 \oplus x_3 \oplus x_4$$

1 次の系列 $x_i, 1 \leq i \leq 3$ を情報ビットとする (9,4) 垂直水平パリティ符号語 w_i および復号領域 Ω_i を求めよ。

垂直水平パリティ符号の定義を、便宜上以下のように記述する。

$$\begin{array}{cc|c} x_1 & x_2 & p_1 \\ x_3 & x_4 & p_2 \\ \hline p_3 & p_4 & p_5 \end{array}$$

このとき、情報ビットが“右上”の 2×2 部分行列に記述され、冗長ビットがその周りに記述される。各冗長ビットは、対応する行または列で排他的論理和 (XOR) 演算することで求められる。

また、高々 1 ビット誤る場合の誤りベクトルを以下に列挙する。

$$\begin{array}{c|cccccccc} e_1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ e_2 & 0 & 1 & 0 & & \cdots & & & 0 \\ e_3 & 0 & 0 & 1 & 0 & & & & 0 \\ e_4 & 0 & & 0 & 1 & 0 & \ddots & & 0 \\ e_5 & 0 & \vdots & & 0 & 1 & 0 & & 0 \\ e_6 & 0 & & \ddots & 0 & 1 & 0 & & 0 \\ e_7 & 0 & & \cdots & & 0 & 1 & 0 & 0 \\ e_8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ e_9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ e_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

このとき、復号領域は、 $\Omega_i = \{w_i \oplus e_j \mid 0 \leq j \leq 9\}$ で求められる。

1 次の系列 $x_i, 1 \leq i \leq 3$ を情報ビットとする (9,4) 垂直水平パリティ符号語 w_i および復号領域 Ω_i を求めよ。

(1) $x_1 = 0101$

$$\begin{array}{cc|c} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \end{array}$$

と記述できる。

よって、 w_1 と Ω_1 は次のように求められる。

$$w_1 = 010111000$$

$$\begin{aligned}\Omega_1 &= \{010111000 \oplus e_j \mid 0 \leq j \leq 9\} \\ &= \left\{ \begin{array}{l} 010111000, 110111000, 000111000, 011111000, 010011000, \\ 010101000, 010110000, 010111100, 010111010, 010111001 \end{array} \right\}\end{aligned}$$

$$(2) \quad x_2 = 1011$$

$$\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 1 & 1 \end{array}$$

と記述できる。

よって、 w_2 と Ω_2 は次のように求められる。

$$w_2 = 101110011$$

$$\begin{aligned}\Omega_2 &= \{101110011 \oplus e_j \mid 0 \leq j \leq 9\} \\ &= \left\{ \begin{array}{l} 101110011, 001110011, 111110011, 100110011, 101010011, \\ 101100011, 101111011, 101110111, 101110001, 101110010 \end{array} \right\}\end{aligned}$$

$$(3) \quad x_3 = 0010$$

$$\begin{array}{cc|c} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ \hline 1 & 0 & 1 \end{array}$$

と記述できる。

よって、 w_3 と Ω_3 は次のように求められる。

$$w_3 = 001001101$$

$$\begin{aligned}\Omega_3 &= \{001001101 \oplus e_j \mid 0 \leq j \leq 9\} \\ &= \left\{ \begin{array}{l} 001001101, 101001101, 011001101, 000001101, 001101101, \\ 001011101, 001000101, 001001001, 001001111, 001001100 \end{array} \right\}\end{aligned}$$

2 次の系列 $y_j, 4 \leq j \leq 6$ は、垂直水平パリティ符号の受信符号語 y_j である。各受信符号 y_j に対して誤りを訂正し、正しい送信符号語 w_j および情報ビット x_j を求めよ。

$$(4) \quad y_4 = 100000000$$

$$\begin{array}{cc|c} \boxed{1} & 0 & \langle 0 \rangle \\ 0 & 0 & 0 \\ \hline \langle 0 \rangle & 0 & 0 \end{array}$$

のように記述できる。ここで、冗長ビット（検査ビット）に矛盾がある箇所を $\langle \rangle$ で表し、誤っているビットを枠で囲で示している。

よって、左から 1 ビット目が誤っている。

$$w_4 = y_4 \oplus e_1 = 1000\ 00000 \oplus 1000\ 00000 = 0000\ 00000 \quad \therefore x_4 = 0000$$

$$(5) y_5 = 101111011$$

$$\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & \boxed{\langle 1 \rangle} \\ \hline 0 & 1 & \langle 1 \rangle \end{array}$$

よって、左から 6 ビット目が誤っている。

$$w_5 = y_5 \oplus e_6 = 101111011 \oplus 0000\ 01000 = 101110011, \quad \therefore x_5 = 1011$$

$$(6) y_6 = 011011111$$

$$\begin{array}{cc|c} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ \hline 1 & 1 & \boxed{\langle \langle 1 \rangle \rangle} \end{array}$$

よって、左から 9 ビット目が誤っている。

$$w_6 = y_6 \oplus e_9 = 011011111 \oplus 0000\ 00001 = 011011111, \quad \therefore x_6 = 0110$$

3 (12,6) 垂直水平パリティ符号を定義せよ。

ヒント： 2×3 の形に情報ビットを配置して、冗長ビットの定義式を求める。

$$w = (x, p) = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6)$$

とする。

$$\begin{array}{ccc|c} x_1 & x_2 & x_3 & p_1 \\ x_4 & x_5 & x_6 & p_2 \\ \hline p_3 & p_4 & p_5 & p_6 \end{array}$$

と縦横に配置し、各行および各列で排他的論理和をとる。

したがって、以下のように検査ビットを定義すればよい。

$$p_1 = x_1 \oplus x_2 \oplus x_3,$$

$$p_2 = x_4 \oplus x_5 \oplus x_6,$$

$$p_3 = x_1 \oplus x_4,$$

$$p_4 = x_2 \oplus x_5,$$

$$p_5 = x_3 \oplus x_6,$$

$$p_6 = x_1 \oplus x_2 \oplus x_3 \oplus x_4 \oplus x_5 \oplus x_6$$

4 (9,4)垂直水平パリティ符号の情報速度 $R_{\text{H}}(9,4)$ 、および(12,6)垂直水平パリティ符号の情報速度 $R_{\text{H}}(12,6)$ を求めよ。

情報速度 = $\frac{\text{情報ビット数}}{\text{符号ビット数}}$ である。

よって、以下のように求められる。

$$R_{\text{H}}(9,4) = \frac{4}{9} \approx 0.44 \quad [\text{bit} / \text{通信路記号}]$$

$$R_{\text{H}}(12,6) = \frac{6}{12} = 0.50 \quad [\text{bit} / \text{通信路記号}]$$

III ハミング符号

(7,4)のハミング符号を以下のように表す。

$$\mathbf{w} = (\mathbf{x}, \mathbf{p}) = (x_1, x_2, x_3, x_4, p_1, p_2, p_3)$$

ここで、 $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3, x_4)$ は情報ビットであり、 $\mathbf{p} = (p_1, p_2, p_3)$ は冗長ビットである。各冗長ビットは次式で定義する。

$$p_1 = x_1 \oplus x_2 \oplus x_3, \quad p_2 = x_2 \oplus x_3 \oplus x_4, \quad p_3 = x_1 \oplus x_2 \oplus x_4$$

このとき、以下の問いに答えよ。

1 次の系列 $\mathbf{x}_i$ を情報ビットとする (7,4) ハミング符号語 $\mathbf{w}_i$ および復号領域 Ω_i を求めよ。

各冗長ビットを定義式により計算し符号語を求める。

また、高々 1 ビット誤る場合の誤りベクトルを以下に列挙する。

$$\begin{array}{l|cccccccc} e_1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ e_2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ e_3 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ e_4 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ e_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ e_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ e_7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ e_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

このとき、復号領域は、 $\Omega_i = \{\mathbf{w}_i \oplus \mathbf{e}_j \mid 0 \leq j \leq 7\}$ で求められる。

(1) $\mathbf{x}_1 = 0101$

$\mathbf{w}_1 = (x_1^1, x_2^1, x_3^1, x_4^1, p_1^1, p_2^1, p_3^1)$ とする。

$$p_1^1 = 0 \oplus 1 \oplus 0 = 1,$$

$$p_2^1 = 1 \oplus 0 \oplus 1 = 0,$$

$$p_3^1 = 0 \oplus 1 \oplus 1 = 0$$

$$\therefore \mathbf{w}_1 = 0101100$$

Ω_1 は次のように求められる。

$$\begin{aligned} \Omega_1 &= \{0101100 \oplus \mathbf{e}_j \mid 0 \leq j \leq 7\} \\ &= \left\{ 0101100, 1101100, 0001100, 0111100, 0100100, \right. \\ &\quad \left. 0101000, 0101110, 0101101 \right\} \end{aligned}$$

(2) $\mathbf{x}_2 = 1011$

$\mathbf{w}_2 = (x_1^2, x_2^2, x_3^2, x_4^2, p_1^2, p_2^2, p_3^2)$ とする。

$$p_1^2 = 1 \oplus 0 \oplus 1 = 0,$$

$$p_2^2 = 0 \oplus 1 \oplus 1 = 0,$$

$$p_3^2 = 1 \oplus 0 \oplus 1 = 0$$

$$\therefore \mathbf{w}_2 = 1011000$$

Ω_2 は次のように求められる。

$$\begin{aligned}\Omega_2 &= \{1011\ 000 \oplus e_j \mid 0 \leq j \leq 7\} \\ &= \left\{ \begin{array}{l} 1011\ 000, 0011\ 000, 1111\ 000, 1001\ 000, 1010\ 000, \\ 1011\ 100, 1011\ 010, 1011\ 001 \end{array} \right\}\end{aligned}$$

$$(3) \quad x_3 = 0010$$

$w_3 = (x_1^3, x_2^3, x_3^3, x_4^3, p_1^3, p_2^3, p_3^3)$ とする。

$$p_1^3 = 0 \oplus 0 \oplus 1 = 1,$$

$$p_2^3 = 0 \oplus 1 \oplus 0 = 1,$$

$$p_3^3 = 0 \oplus 0 \oplus 0 = 0$$

$$\therefore w_3 = 0010\ 110$$

Ω_3 は次のように求められる。

$$\begin{aligned}\Omega_3 &= \{0010\ 110 \oplus e_j \mid 0 \leq j \leq 7\} \\ &= \left\{ \begin{array}{l} 0010\ 110, 1010\ 110, 0110\ 110, 0000\ 110, 0011\ 110, \\ 0010\ 010, 0010\ 100, 0010\ 111 \end{array} \right\}\end{aligned}$$

2 次の系列 y_j , $4 \leq j \leq 6$ は、(7,4)ハミング符号として送信された符号語の受信符号語 y_j である。各受信符号 y_j に対して誤りを訂正し、正しい送信符号語 w_i を求めよ。

シンドローム $s = (s_1, s_2, s_3)$ を求め、誤りベクトル $e = (e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7)$ を特定する。

各シンドロームは、ハミング符号の定義より、次式で求められる。

$$s_1 = y_1 \oplus y_2 \oplus y_3 \oplus y_5$$

$$s_2 = y_2 \oplus y_3 \oplus y_4 \oplus y_6$$

$$s_3 = y_1 \oplus y_2 \oplus y_4 \oplus y_7$$

また、誤りベクトルとシンドロームの対応表は次のようになる。

	e_1	e_2	e_3	e_4	e_5	e_6	e_7	s_1	s_2	s_3
e^1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1
e^2	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1
e^3	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0
e^4	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1
e^5	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0
e^6	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0
e^7	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
e^0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

$$(4) \quad y_4 = 1000\ 000$$

$y_4 = (y_1^4, y_2^4, y_3^4, y_4^4, y_5^4, y_6^4, y_7^4)$ とし、シンドロームを $s_4 = (s_1^4, s_2^4, s_3^4)$ とする。

$$s_1^4 = 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 = 1,$$

$$s_2^5 = 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 = 0,$$

$$s_3^5 = 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 = 1$$

よって、シンドローム $s_4 = 101$ なので、表より誤りベクトルは $e^1 = 1000\ 000$ と特定できる。

$$\therefore w_4 = y_4 \oplus e^1 = 1000\ 000 \oplus 1000\ 000 = 0000\ 000$$

$$\therefore x_4 = 0000$$

$$(5) \quad y_5 = 1110\ 011$$

$y_5 = (y_1^5, y_2^5, y_3^5, y_4^5, y_5^5, y_6^5, y_7^5)$ とし、シンドロームを $s_5 = (s_1^5, s_2^5, s_3^5)$ とする。

$$s_1^5 = 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 = 1,$$

$$s_2^5 = 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 1,$$

$$s_3^5 = 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 1$$

よって、表より誤りベクトルは $e^2 = 0100\ 000$ と特定できる。

$$\therefore w_5 = y_5 \oplus e^2 = 1110\ 011 \oplus 0100\ 000 = 1010\ 011$$

$$\therefore x_5 = 1010$$

$$(6) \quad y_6 = 1011\ 001$$

$y_6 = (y_1^6, y_2^6, y_3^6, y_4^6, y_5^6, y_6^6, y_7^6)$ とし、シンドロームを $s_6 = (s_1^6, s_2^6, s_3^6)$ とする。

$$s_1^6 = 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 = 0,$$

$$s_2^6 = 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 = 0,$$

$$s_3^6 = 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 1$$

よって、表より誤りベクトルは $e^7 = 0000\ 001$ と特定できる。

$$\therefore w_6 = y_6 \oplus e^7 = 1011\ 001 \oplus 0000\ 001 = 1011\ 000$$

$$\therefore x_6 = 1011$$

3. (15,11) のハミング符号を定義せよ。

ヒント：誤りベクトルを考察し、シンドロームの定義式を求め、冗長ビットの定義式を導く。

(15,11) のハミング符号を以下のように表す。

$$w = (x, p)$$

$$= (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}, p_1, p_2, p_3, p_4)$$

このとき、誤りベクトル $e = (e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8, e_9, e_{10}, e_{11}, e_{12}, e_{13}, e_{14}, e_{15})$ とシンドローム $s = (s_1, s_2, s_3, s_4)$ の対応関係を次の表のように定義する。(まず、検査ビットと誤りベクトルの後半部分を対応させる。次に、残りの2進数を重複することなく、かつあますことなく割り当てる。なお、この対応関係は一通りではなく、多数の定義が可能である。)

	e_1	e_2	e_3	e_4	e_5	e_6	e_7	e_8	e_9	e_{10}	e_{11}	e_{12}	e_{13}	e_{14}	e_{15}	s_1	s_2	s_3	s_4
e^1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1
e^2	0	1	0	...									...	0	0	1	1	1	0
e^3	0	0	1	$\ddots$										$\vdots$	0	1	1	0	1
e^4	0	$\vdots$	$\ddots$	1											0	1	0	1	1
e^5	0				1										0	0	1	1	1
e^6	0					1									0	1	1	0	0
e^7	0						1								0	1	0	1	0
e^8	0							1							0	0	1	1	0
e^9	0								1						0	1	0	0	1
e^{10}	0									1					0	0	1	0	1
e^{11}	0										1				0	0	0	1	1
e^{12}	0											1	$\ddots$	$\vdots$	0	1	0	0	0
e^{13}	0												1	0	0	0	1	0	0
e^{14}	0	$\vdots$											$\ddots$	1	0	0	0	1	0
e^{15}	0	0	...										...	0	1	0	0	0	1
e^0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

この一覧表より、シンドロームは次のように定義される。

$$s_1 = e_1 \oplus e_2 \oplus e_3 \oplus e_4 \oplus e_6 \oplus e_7 \oplus e_9 \oplus e_{12},$$

$$s_2 = e_1 \oplus e_2 \oplus e_3 \oplus e_5 \oplus e_6 \oplus e_8 \oplus e_{10} \oplus e_{13},$$

$$s_3 = e_1 \oplus e_2 \oplus e_4 \oplus e_5 \oplus e_7 \oplus e_8 \oplus e_{11} \oplus e_{14},$$

$$s_4 = e_1 \oplus e_3 \oplus e_4 \oplus e_5 \oplus e_9 \oplus e_{10} \oplus e_{11} \oplus e_{15}$$

これより、以下のように検査ビットを定義できる。

$$p_1 = x_1 \oplus x_2 \oplus x_3 \oplus x_4 \oplus x_6 \oplus x_7 \oplus x_9,$$

$$p_2 = x_1 \oplus x_2 \oplus x_3 \oplus x_5 \oplus x_6 \oplus x_8 \oplus x_{10},$$

$$p_3 = x_1 \oplus x_2 \oplus x_4 \oplus x_5 \oplus x_7 \oplus x_8 \oplus x_{11},$$

$$p_4 = x_1 \oplus x_3 \oplus x_4 \oplus x_5 \oplus x_9 \oplus x_{10} \oplus x_{11}$$

4 (7,4)ハミング符号および(15,11)ハミング符号の情報速度を求めよ。

情報速度 = $\frac{\text{情報ビット数}}{\text{符号ビット数}}$ である。

よって、以下のように求められる。

$$R_{\text{III}}(7,4) = \frac{4}{7} \approx 0.57 \quad [\text{bit} / \text{通信路記号}]$$

$$R_{\text{III}}(15,11) = \frac{11}{15} \approx 0.73 \quad [\text{bit} / \text{通信路記号}]$$