

## 情報理論レポート課題 7 (誤り訂正符号)

提示：2010/1/27(水) (2/3(水) 講義内演習)

通信において高々 1 ビットしか誤らない場合の誤り訂正符号 (通信路符号の一種) として、I) 垂直水平パリティ符号と II) ハミング符号を考える。以下の設問に答えよ。

### I 垂直水平パリティ符号

(9,4) 垂直水平パリティ符号は以下のように定義される。

$$\mathbf{w} = (\mathbf{x}, \mathbf{p}) = (x_1, x_2, x_3, x_4, p_1, p_2, p_3, p_4, p_5)$$

ここで、 $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3, x_4)$  は情報ビットであり、 $\mathbf{p} = (p_1, p_2, p_3, p_4, p_5)$  は次式で定義される冗長ビットである。

$$p_1 = x_1 \oplus x_2, \quad p_2 = x_3 \oplus x_4, \quad p_3 = x_1 \oplus x_3, \quad p_4 = x_2 \oplus x_4, \quad p_5 = x_1 \oplus x_2 \oplus x_3 \oplus x_4$$

1 次の系列  $x_i, 1 \leq i \leq 3$  を情報ビットとする (9,4) 垂直水平パリティ符号語  $w_i$  および復号領域  $\Omega_i$  を求めよ。

- (1)  $x_1 = 0000$
- (2)  $x_2 = 1000$
- (3)  $x_3 = 1001$

2 次の系列  $y_j, 4 \leq j \leq 6$  は、垂直水平パリティ符号の受信符号語  $y_j$  である。各受信符号  $y_j$  に対して誤りを訂正し、正しい送信符号語  $w_j$  および情報ビット  $x_j$  を求めよ。

- (4)  $y_4 = 011110101$
- (5)  $y_5 = 010011000$
- (6)  $y_6 = 110100101$

3 (12,6) 垂直水平パリティ符号を定義せよ。

ヒント： $2 \times 3$  の形に情報ビットを配置して、冗長ビットの定義式を求める。

4 (9,4) 垂直水平パリティ符号および (12,6) 垂直水平パリティ符号の情報速度を求めよ。

(裏へ続く)

## II ハミング符号

(7,4)のハミング符号を以下のように表す。

$$\mathbf{w} = (\mathbf{x}, \mathbf{p}) = (x_1, x_2, x_3, x_4, p_1, p_2, p_3)$$

ここで、 $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3, x_4)$  は情報ビットであり、 $\mathbf{p} = (p_1, p_2, p_3)$  は冗長ビットである。各冗長ビットは次式で定義する。

$$p_1 = x_1 \oplus x_2 \oplus x_3, \quad p_2 = x_2 \oplus x_3 \oplus x_4, \quad p_3 = x_1 \oplus x_2 \oplus x_4$$

このとき、以下の問いに答えよ。

1 次の系列  $x_i$  を情報ビットとする (7,4) ハミング符号語  $w_i$  および復号領域  $\Omega_i$  を求めよ。

- (1)  $x_1 = 0000$
- (2)  $x_2 = 1000$
- (3)  $x_3 = 1001$

2 次の系列  $y_j$ ,  $5 \leq j \leq 10$  は、(7,4) ハミング符号として送信された符号語の受信符号語  $y_j$  である。各受信符号  $y_j$  に対して誤りを訂正し、正しい送信符号語  $w_i$  を求めよ。

- (4)  $y_4 = 0101010$
- (5)  $y_5 = 0101100$
- (6)  $y_6 = 1101001$

3. (15,11)のハミング符号を定義せよ。

ヒント：誤りベクトルを考察し、シンドロームの定義式を求め、冗長ビットの定義式を導く。

4 (7,4)ハミング符号および(15,11)ハミング符号の情報速度を求めよ。