ハフマン符号化手法例

次の情報源Sに関して、ハフマン符号ϕ_Hを求めよ。

$$S = \begin{Bmatrix} a & , & b & , & c & , & d & , & e & , & f \\ \dfrac{6}{24} & , & \dfrac{6}{24} & , & \dfrac{5}{24} & , & \dfrac{3}{24} & , & \dfrac{2}{24} & , & \dfrac{2}{24} \end{Bmatrix}$$

解答例

記号的に求める方法と図形的に求める方法を示す。相互の対応関係を理解すること。

（縮退情報源列によるハフマン符号の求め方）

ハフマン符号化に伴う縮退情報源の系列は次のようになる。

①Sの確率最小の２つを縮退（eとfを縮退)。

$$S_1 = \begin{Bmatrix} a & , & b & , & c & , & d & , & A \\ \dfrac{6}{24} & , & \dfrac{6}{24} & , & \dfrac{5}{24} & , & \dfrac{3}{24} & , & \dfrac{4}{24} \end{Bmatrix}, A = \{e, f\}$$

確率の順序に並べ替える。

$$S_1^* = \begin{Bmatrix} a & , & b & , & c & , & A & , & d \\ \dfrac{6}{24} & , & \dfrac{6}{24} & , & \dfrac{5}{24} & , & \dfrac{4}{24} & , & \dfrac{3}{24} \end{Bmatrix}$$

②S_1^*の確率最小の２つを縮退（Aとdを縮退)。

$$S_2 = \begin{Bmatrix} a & , & b & , & c & , & B \\ \dfrac{6}{24} & , & \dfrac{6}{24} & , & \dfrac{5}{24} & , & \dfrac{7}{24} \end{Bmatrix}, B = \{A, d\}$$

確率の順序に並べ替える。

$$S_2^* = \begin{Bmatrix} B & , & a & , & b & , & c \\ \dfrac{7}{24} & , & \dfrac{6}{24} & , & \dfrac{6}{24} & , & \dfrac{5}{24} \end{Bmatrix}$$

③ S_2^* の確率最小の２つを縮退（b と c を縮退)。

$$S_3 = \begin{Bmatrix} B & , & a & , & C \\ \frac{7}{24} & , & \frac{6}{24} & , & \frac{11}{24} \end{Bmatrix}, C = \{b, c\}$$

確率の順序に並べ替え。

$$S_3^* = \begin{Bmatrix} C & , & B & , & a \\ \frac{11}{24} & , & \frac{7}{24} & , & \frac{6}{24} \end{Bmatrix}$$

④ S_3^* の確率最小の２つを縮退（B と a を縮退)。

$$S_4 = \begin{Bmatrix} C & , & D \\ \frac{11}{24} & , & \frac{13}{24} \end{Bmatrix}, D = \{B, a\}$$

確率の順序に並べ替え。

$$S_4^* = \begin{Bmatrix} D & , & C \\ \frac{13}{24} & , & \frac{11}{24} \end{Bmatrix}$$

④ S_4^* の確率最小の２つを縮退（D と C を縮退)。

$$S_5 = \begin{Bmatrix} E \\ \frac{24}{24} \end{Bmatrix}, E = \{D, C\}$$

要素が一つになったので終了。

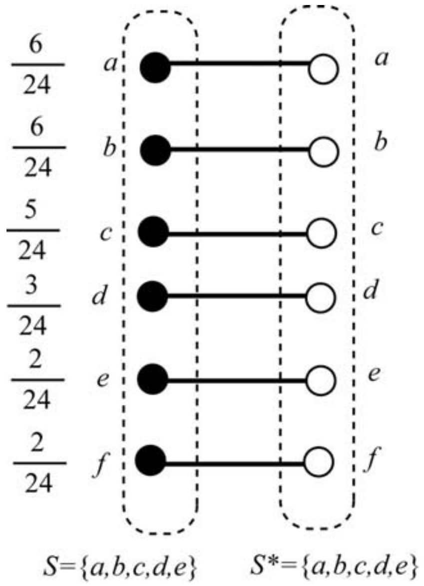
ここから、符号記号を割り当てながら、逆順に戻していくことでハフマン符号を得る。

確率の大きい方に０を小さい方に１を割り当てるとする。各縮退情報源内の順序に注意すること。

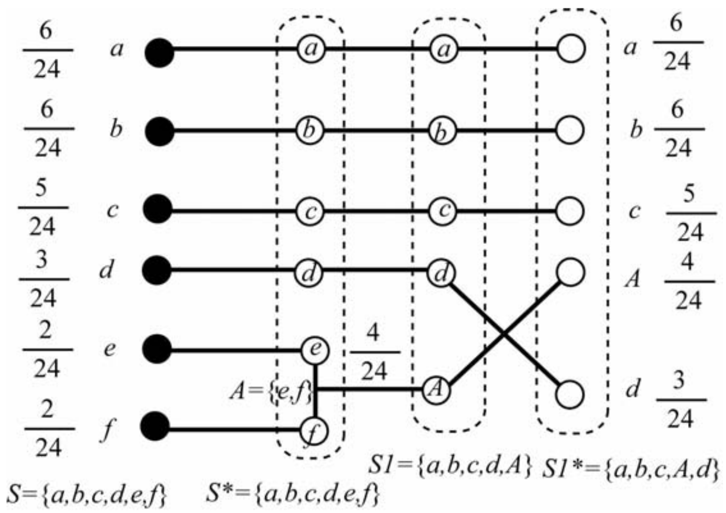
$$S_5 = \{E\}, \phi_5 = \left\{E \mapsto \varepsilon\right\} \xrightarrow{E=\{D,C\}, \phi_E = \left\{D \mapsto E0, C \mapsto E1\right\}}$$
$$S_4^* = \left\{D, C\right\}, \phi_4 = \left\{D \mapsto 0, C \mapsto 1\right\} \xrightarrow{D=\{B,a\}, \phi_D = \left\{B \mapsto D0, a \mapsto D1\right\}}$$
$$S_3^* = \left\{C, B, a\right\}, \phi_3 = \left\{C \mapsto 1, B \mapsto 00, a \mapsto 01\right\} \xrightarrow{C=\{b,c\}, \phi_C = \left\{b \mapsto C0, c \mapsto C1\right\}}$$
$$S_2^* = \left\{B, a, b, c\right\}, \phi_2 = \left\{B \mapsto 00, a \mapsto 01, b \mapsto 10, c \mapsto 11\right\} \xrightarrow{B=\{A,d\}, \phi_B = \left\{A \mapsto B0, d \mapsto B1\right\}}$$
$$S_1^* = \left\{a, b, c, A, d\right\}, \phi_1 = \left\{a \mapsto 01, b \mapsto 10, c \mapsto 11, A \mapsto 000, d \mapsto 001\right\} \xrightarrow{A=\{e,f\}, \phi_A = \left\{e \mapsto A0, f \mapsto A0\right\}}$$
$$S = \left\{a, b, c, d, e, f\right\}, \phi_H = \left\{a \mapsto 01, b \mapsto 10, c \mapsto 11, d \mapsto 000, e \mapsto 0000, f \mapsto 0001\right\}$$

ここで、記号 ε は空列（長さが０の記号列）を意味する。

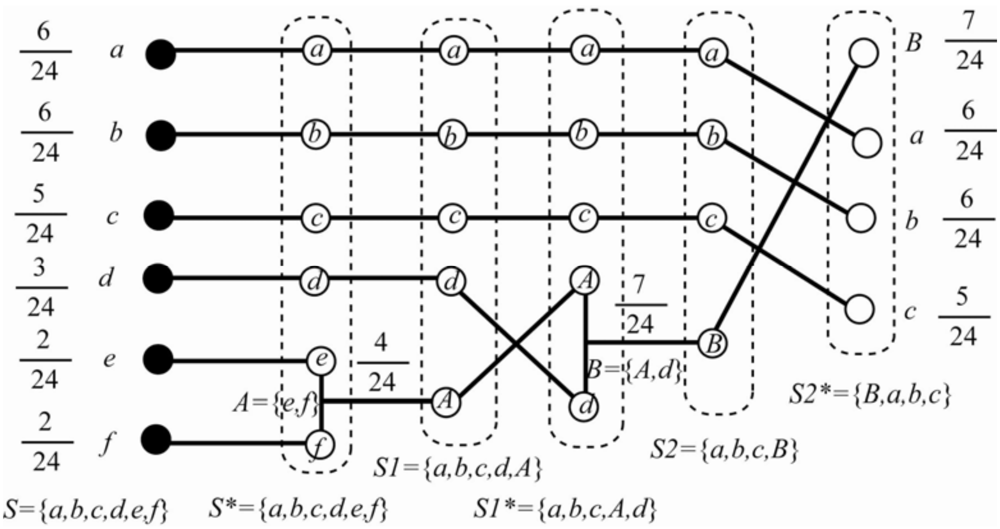
（符号の木の生成によるハフマン符号化の求め方）



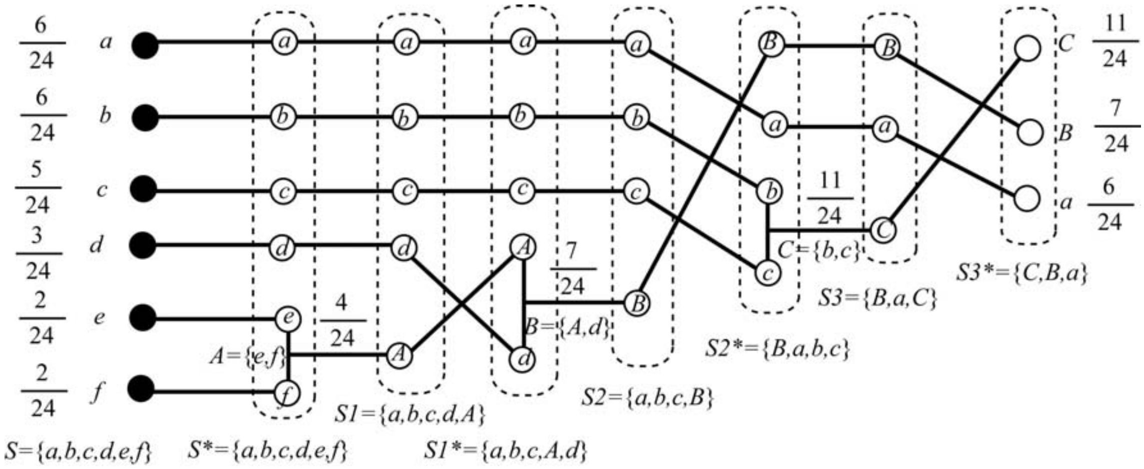
①の過程より次の図が得られる。



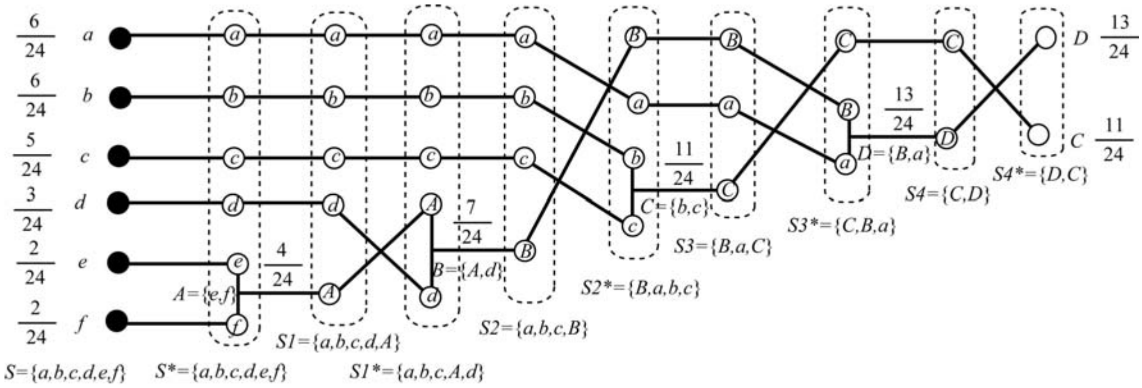
②の過程より次の図が得られる。



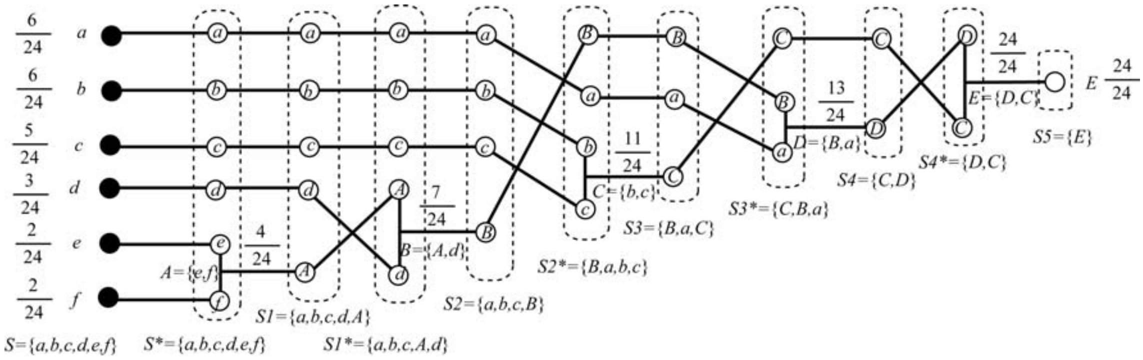
③の過程より次の図が得られる。



④の過程より次の図が得られる。



⑤により最終的な符号の木が以下のように得られる。



この符号の木の分岐部分（肩の部分）に対して、上に 0、下に１を割り当てることにより、ハフマン符号が得られる。